



FACULDADE DE TECNOLOGIA E CIÊNCIAS DA BAHIA

FATEC-BA – FACULDADE DE TECNOLOGIA E CIÊNCIAS DA BAHIA

Componente Curricular: Cálculo I

Docente: Luiz Henrique Menezes de Lima Semestre: 2022.1

Data: 23 de Março de 2022 Cursos: Engenharia – 2º Semestre

Discente: _____ Matrícula: _____

1º Verificação de Cálculo I

“Aprender é a única coisa que a mente nunca se cansa, nunca tem medo e nunca se arrepende”

Questão 01:

Analise as proposições abaixo, se Verdadeiro **MOSTRE** e se Falso de um **CONTRA – EXEMPLO**.

() Dada a função $g(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$, seu limite sendo $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ é igual a 1.

() A derivada da função $f(x) = \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{sen} x + \cos x}$ pela regra da derivação aplicada será

$$f'(x) = \frac{\operatorname{sen}^2 x + \cos x}{\cos x^2}$$

() Seja $f(x) = \begin{cases} \operatorname{sen}(x+1), & \rightarrow \leq -1 \\ x, & \rightarrow -1 < x \leq 1 \\ e^x - e + 1, & \rightarrow x > 1 \end{cases}$ será contínua quando x for igual a 1, porém não será

derivável nesse ponto.

() Na função $f(x) = \begin{cases} \frac{\operatorname{sen}(x^2)}{\sqrt{x^2 + x^4}}, & \rightarrow x \neq 0 \\ 0, & \rightarrow x = 0 \end{cases}$ ela é contínua e derivável no ponto $x_0 = 0$.

Questão 02:

Discuta as seguintes soluções para questão: “Considere a função $f(x) = x|x|$. Decida se f é derivável em $x = 0$ e, em caso afirmativo, calcule $f'(0)$.” Justifique suas afirmações.

Questão 03:

Considere a função $f(x) = \frac{\operatorname{sen}(\operatorname{tg}(x^2)) + \sqrt{x+9}}{x^2 + 1}$

- Usando a regra de derivação, determine a derivada de f.
- Determine a equação da reta tangente ao gráfico de f no ponto $x_0 = 0$.

Questão 04:

Resolva as derivadas abaixo pela regra da derivação estudada

a) $f(x) = (3x^2 + x)(1 + x + x^3)$

c) $f(x) = \frac{x+3}{x-1} + \frac{x+2}{x+1}$

b) $f(x) = a \operatorname{sen} x + b \cos x$

d) $f(x) = \cot gx$

Gabarito da Prova 01

Cálculo I 2022.1

Questões 01:

a) $g(x) = \frac{x^2}{x^2+1}$

$\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = ?$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x^2+1}$

$\frac{\lim_{x \rightarrow \infty} x^2}{\lim_{x \rightarrow \infty} x^2+1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2}{x^2+1} \right)$

Verdadeiro

$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2}{x^2 \left(1 + \frac{1}{x^2} \right)} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{1 + \frac{1}{x^2}} \right)$

$\Rightarrow \frac{1}{1+0} = 1$

b) $f(x) = \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{sen} x + \operatorname{cos} x}$

$u = \operatorname{tg} x \quad v = \operatorname{sen} x + \operatorname{cos} x$
 $u' = \sec^2 x \quad v' = \operatorname{cos} x - \operatorname{sen} x$

$f'(x) = \frac{\sec^2 x (\operatorname{sen} x + \operatorname{cos} x) - \operatorname{tg} x (\operatorname{cos} x - \operatorname{sen} x)}{(\operatorname{sen} x + \operatorname{cos} x)^2}$

Falso

10 pontos de estudos

c) 1. caso I derivado

$$\frac{x}{1+x^2} \text{ com } x \rightarrow \infty$$

$$\frac{x}{1+x^2} = (x)^p \text{ com } x \rightarrow \infty$$

$$\left(\frac{x}{1+x^2} \right) \text{ com } x \rightarrow \infty = \frac{x}{1+x^2} \text{ com } x \rightarrow \infty$$

$$L = (x)^p \text{ com } x \rightarrow \infty$$

$$\left(\frac{1}{1+x} \right) \text{ com } x \rightarrow \infty = \left(\frac{x}{(1+\frac{1}{x})^2} \right) \text{ com } x \rightarrow \infty$$

calculado

$$\frac{1}{1} = \frac{1}{1} \quad \leftarrow$$

$$d) f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x^2)}{\sqrt{x^2+x^4}} & x \neq 0 \\ 0, & \text{de } x=0 \end{cases}$$

$$\frac{x^p}{x^q + x^r} = (x)^s \text{ com } x \rightarrow \infty$$

Falso!

A função é contínua no ponto $x_0 = 0$, porém não é derivável

$$\frac{(x_{med} - x_{inf})x_{sup} - (x_{inf} + x_{med})x_{inf}}{(x_{inf} + x_{med})}$$

also?

Questão 02:

1º caso:

$$f'(0) = 0, \text{ pois } f(0) = 0$$

$$\text{Logo } f(x) = x|x|$$

2º caso

Como $f(x) = |x|$ não é derivável em $x=0$, não é possível usar a regra do produto para derivar f em $x=0$.

Logo f não é derivável em $x=0$

3º caso:

Temos $f(x) = h(x)g(x)$, onde $h(x) = x$ e $g(x) = |x|$

Então temos:

$$f'(0) = h'(0)g(0) + h(0)g'(0)$$

$$\text{Como } g(0) = 0 \text{ e } h(0) = 0 \Rightarrow f'(0) = 0$$

4º caso:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x|x| - 0}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} |x| = 0,$$

portanto $f'(0) = 0$.

Questão 03:

$$a) f'(x) = \frac{[\operatorname{sen}(\operatorname{tg}(x^2)) + \sqrt{x+9}](x^2+1) - [\operatorname{sen}(\operatorname{tg}(x^2)) + \sqrt{x+9}] \cdot (x^2+1)}{(x^2+1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{[\cos(\operatorname{tg}(x^2)) \cdot \sec^2(x^2) \cdot 2x + \frac{1}{2\sqrt{x+9}}] \cdot (x^2+1) - [\operatorname{sen}(\operatorname{tg}(x^2)) + \sqrt{x+9}] \cdot 0}{(x^2+1)^2}$$

b) Ponto de tangência: $(0, f(0))$

Inclinação da reta: $m = f'(0)$

$$f(0) = \frac{\operatorname{sen}(\operatorname{tg}0) + \sqrt{0+9}}{1} = \sqrt{9} = 3$$

$$f'(0) = \frac{[\cos 0 \cdot \sec^2 0 \cdot 2 \cdot 0 + \frac{1}{2\sqrt{9}}] \cdot 1 - [0 + \sqrt{9}] \cdot 0}{1}$$

$$f'(0) = \frac{1}{6}$$

Logo, a equação da reta tangente é

$$y - 3 = \frac{1}{6}(x - 0)$$

ou

$$y = \frac{x}{6} + 3$$

Questões 04

$$a) f(x) = (3x^2 + x)(1 + x + x^3)$$

$$f(x) = (6x + 1)(1 + x + x^3) + (3x^2 + x)(3x^2 + 1)$$

$$f'(x) = 15x^4 + 4x^3 + 9x^2 + 8x + 1$$

$$b) f(x) = a \sin x + b \cos x$$

$$f'(x) = a \cos x - b \sin x$$

$$c) f(x) = \frac{x+3}{x-1} + \frac{x+2}{x+1}$$

$$f'(x) = \frac{1 \cdot (x-1) - 1 \cdot (x+3)}{(x-1)^2} + \frac{1 \cdot (x+1) - 1 \cdot (x+2)}{(x+1)^2}$$

$$f'(x) = -\frac{4}{(x-1)^2} + \frac{-1}{(x+1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-4(x+1)^2 - (x-1)^2}{[(x-1)(x+1)]^2}$$

$$f'(x) = -\frac{5x^2 + 6x + 5}{(x^2 - 1)^2}$$



$$d) f(x) = \operatorname{Ctg} x$$

$$f(x) = \frac{\cos x}{\operatorname{Sen} x}$$

$$f'(x) = \frac{-\operatorname{Sen} x \cdot \operatorname{Sen} x - \cos x \cdot \cos x}{\operatorname{Sen}^2 x}$$

$$f'(x) = -\frac{\operatorname{Sen}^2 x + \cos^2 x}{\operatorname{Sen}^2 x}$$

$$f'(x) \rightarrow -\frac{1}{\operatorname{Sen}^2 x}$$

$$f'(x) = -\operatorname{Cosec}^2 x$$









